Prof. Dr. Alfred Toth

Zur Zahlentheorie trichotomischer Triaden

1. In Toth (2021a) hatten wir die durch das vollständige System der 27 Repräsentationsklassen thematisierten (semiotischen) qualitativen Zahlen durch die strukturellen Realitäten definiert, welche durch die den Zeichenthematiken dual koordinierten Realitätsthematiken thematisiert werden:

Definition	Qualitative Zahl
(1.1) ← (1.2, 1.3)	(1, 1)
(2.1) ← (1.2, 1.3)	(1, α)
(3.1) ← (1.2, 1.3)	(1, βα)
(1.1) → (2.2) ← (1.3)	(α, α°)
(2.1, 2.2) → (1.3)	(α, 2)
(3.1) → (2.2) ← (1.3)	(α, β)
(1.1) → (3.2) ← (1.3)	(βα, α°β°)
(2.1) → (3.2) ← (1.3)	(βα, β°)
(3.1, 3.2) → (1.3)	(βα, 3)
(1.1, 1.2) → (2.3)	(α°, 1)
(2.1) → (1.2) ← (2.3)	(α°, α)
(3.1) → (1.2) ← (2.3)	(α°, βα)
(1.1) ← (2.2, 2.3)	(2, α°)
(2.1) ← (2.2, 2.3)	(2, 2)
(3.1) ← (2.2, 2.3)	(2, β)
(1.1) → (3.2) ← (2.3)	(β, α°β°)
(2.1) → (3.2) ← (2.3)	(β, β°)
(3.1, 3.2) → (2.3)	(β, 3)
(1.1, 1.2) → (3.3)	(α°β°, 1)
(2.1) → (1.2) ← (3.3)	(α°β°, α)
(3.1) → (1.2) ← (3.3)	(α°β°, βα)
(1.1) → (2.2) ← (3.3)	(β°, α°)

(2.1, 2.2) → (3.3)	(β°, 2)
(3.1) → (2.2) ← (3.3)	(β°, β)
(1.1) → (3.2, 3.3)	(3, α°β°)
(2.1) ← (3.2, 3.3)	(3, β°)
(3.1) ← (3.2, 3.3)	(3, 3)

2. Wie bereits in Toth (2021b) festgestellt worden war, thematisiert jede der drei trichotomischen Triaden den qualitativ-arithmetischen Dreischritt. Die drei Dreischritte unterscheiden sich allerdings durch die Übergänge zwischen den drei Peanozahlen 1, 2 und 3, welche hier in ihre Qualitäten eingebettet erscheinen.

2.1. 1. Trichotomische Triade

2.1.1. Kategorientheoretische Notation

(1, 1)	(1, α)	(1, βα)
(α, α°)	(α, 2)	(α, β)
(βα, α°β°)	(βα, β°)	(βα, 3)

2.1.2. Arithmetische Notation

(1.1) ← (1.2, 1.3)	(2.1) ← (1.2, 1.3)	(3.1) ← (1.2, 1.3)
(1.1) → (2.2) ← (1.3)	(2.1, 2.2) → (1.3)	(3.1) → (2.2) ← (1.3)
(1.1) → (3.2) ← (1.3)	(2.1) → (3.2) ← (1.3)	(3.1, 3.2) → (1.3)

2.2. 2. Trichotomische Triade

2.2.1. Kategorientheoretische Notation

(α°, 1)	(α°, α)	(α°, βα)
(2, α°)	(2, 2)	(2, β)
(β, α°β°)	(β, β°)	(β, 3)

2.2.2. Arithmetische Notation

(1.1, 1.2) → (2.3)	(2.1) → (1.2) ← (2.3)	(3.1) → (1.2) ← (2.3)

(1.1) ← (2.2, 2.3)	(2.1) ← (2.2, 2.3)	(3.1) ← (2.2, 2.3)
(1.1) → (3.2) ← (2.3)	(2.1) → (3.2) ← (2.3)	(3.1, 3.2) → (2.3)

2.3. 3. Trichotomische Triade

2.3.1. Kategorientheoretische Notation

(α°β°, 1)	(α°β°, α)	(α°β°, βα)
(β°, α°)	(β°, 2)	(β°, β)
(3, α°β°)	(3, β°)	(3, 3)

2.3.2. Arithmetische Notation

(1.1, 1.2) → (3.3)	(2.1) → (1.2) ← (3.3)	(3.1) → (1.2) ← (3.3)
(1.1) → (2.2) ← (3.3)	(2.1, 2.2) → (3.3)	(3.1) → (2.2) ← (3.3)
(1.1) → (3.2, 3.3)	(2.1) ← (3.2, 3.3)	(3.1) ← (3.2, 3.3)

3. Wie man anhand des vollständigen Systems (semiotischer) qualitativer Zahlen sieht, ist jede Zahl n mit ihrem Nachfolger N(n) durch genau einen Morphismus abbildungstheoretisch verbunden. Allerdings ist jede Teilfolge der qualitativen Peanofolge 1, 2, 3) diskontinuierlich, d.h., sobald eine «obere Schranke» erreicht ist, folgt zwar kein quantitativer, aber ein qualitativer Abbruch.

(1, 1)	→	(1, α)	→	(1, βα)
(α, α°)	→	(α, 2)	→	(α, β)
(βα, α°β°)	→	(βα, β°)	→	(βα, 3)
(α°, 1)	→	(α°, α)	→	(α°, βα)
(2, α°)	→	(2, 2)	→	(2, β)

$$
\begin{tikzcd}
(\beta, \alpha^\circ\beta^\circ) \arrow[r] & (\beta, \beta^\circ) \arrow[r] & (\beta, 3) \arrow[dll, dashed] \\
(\alpha^\circ\beta^\circ, 1) \arrow[r] & (\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha) \arrow[r] & (\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha) \arrow[dll, dashed] \\
(\beta^\circ, \alpha^\circ) \arrow[r] & (\beta^\circ, 2) \arrow[r] & (\beta^\circ, \beta) \arrow[dll, dashed] \\
(3, \alpha^\circ\beta^\circ) \arrow[r] & (3, \beta^\circ) \arrow[r] & (3, 3)
\end{tikzcd}
$$

Literatur

Toth, Alfred, Definitionen semiotischer qualitativer Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2021a

Toth, Alfred, Einführung semiotischer Gitter. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2021b

25.2.2021